

# Fiche théorique : Les systèmes d'inéquations

## Exercice introductif

Tentez de résoudre, en trois minutes, le système d'inéquations ci-dessous.

$$\begin{cases} 2x + 3 \leq 11 \\ 2 - 3x < 8 \end{cases}$$

## Remarque

Trouver les solutions d'un système d'inéquations à une inconnue, c'est déterminer l'ensemble des valeurs que nous pouvons attribuer à l'inconnue pour que toutes les inéquations qui composent le système soient vérifiées.

En prenant l'exemple précédent et en s'intéressant, dans un premier temps à la première inéquation, nous pouvons remarquer que l'inégalité est satisfaite pour toutes les valeurs de  $x$  prises dans l'intervalle  $]-\infty ; 4]$ .

En effet, en simplifiant cette inéquation, nous pouvons observer les équivalences suivantes :

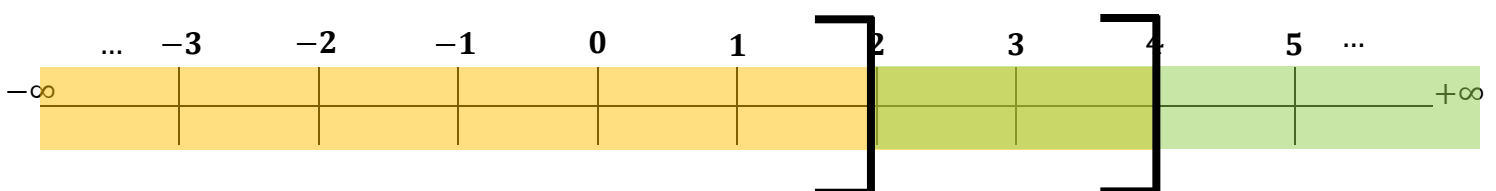
$$2x + 3 \leq 11 \quad \Leftrightarrow \quad 2x \leq 8 \quad \Leftrightarrow \quad x \leq 4$$

D'une manière similaire, l'ensemble des solutions de la seconde inéquation composant le système précédent est donné par  $]2 ; +\infty[$ . Ce résultat peut être obtenu en simplifiant cette inéquation à l'aide des règles d'équivalence étudiées :

$$2 - 3x < 8 \quad \Leftrightarrow \quad -3x < 6 \quad \Leftrightarrow \quad x > 2$$

Nous pouvons en conclure que l'ensemble des solutions de notre système d'inéquations est l'ensemble des valeurs appartenant simultanément à l'intervalle  $]-\infty ; 4]$  et à l'intervalle  $]2 ; +\infty[$ .

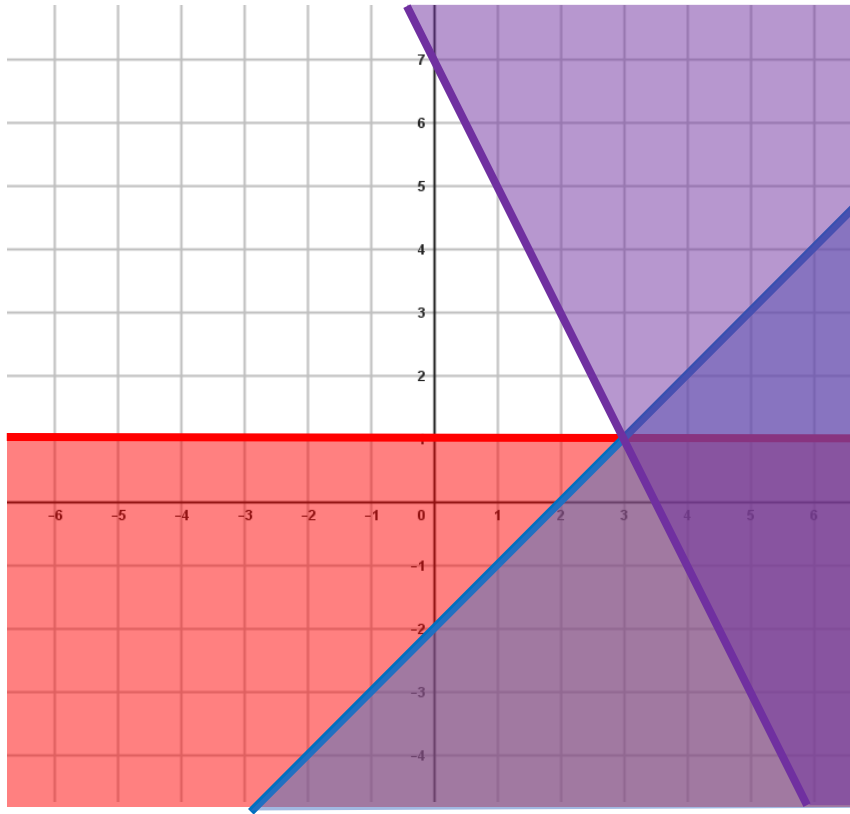
L'intersection entre ces deux ensembles est l'intervalle  $]2 ; 4]$  et ce résultat peut également s'observer à l'aide d'un raisonnement graphique :



## Exercice introductif

Tentez de résoudre graphiquement le système d'inéquations ci-dessous.

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq x - 2 \\ y + 2x \leq 7 \end{cases}$$



La première inéquation nous permet d'éliminer l'ensemble des couples  $(x ; y)$  dont la première coordonnée est strictement inférieure à 1. Nous pouvons ainsi tracer une droite vertical en  $x = 1$  et hachurer la zone se trouvant à gauche de cette droite.

La seconde inéquation réduit davantage la zone des couples vérifiant notre système d'inéquations, puisqu'en traçant la droite  $y = x - 2$ , nous pouvons éliminer la partie contenant les couples  $(x ; y)$  ne satisfaisant pas la condition  $y \geq x - 2$ .

Nous pouvons utiliser la troisième condition pour conclure ce problème. A noter qu'il est préférable d'utiliser l'inéquation équivalente  $y \leq -2x + 7$  permettant de tracer aisément la droite  $y = -2x + 7$  et éliminer la partie composée des couples  $(x ; y)$  ne vérifiant pas cette condition équivalente à l'inéquation initiale.

La zone blanche restante représente ainsi l'ensemble des solutions de notre système d'inéquations. Par exemple, nous pouvons constater sans réelles difficultés que les coordonnées des points ci-dessous vérifient nos trois conditions composant notre système d'inéquations.

$$P_1 = (2; 1)$$

$$P_2 = \left(\frac{3}{2}; 3\right)$$

$$P_3 = (1; 4)$$