Exercice 1

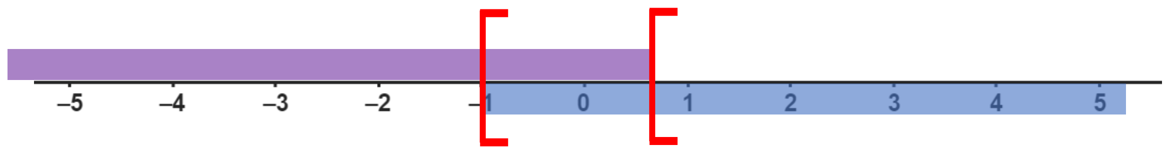
Question A

$$\begin{cases} 4x - 3 < 0 \\ 2x + 5 \geq 3 \end{cases}$$

L'objectif est de simplifier au maximum ce système d'inéquations. Plus précisément, ce système est équivalent à :

$$\begin{cases} 4x < 3 \\ 2x \geq -2 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \boldsymbol{x < \frac{3}{4}} \\ \boldsymbol{x \geq -1} \end{cases}$$

L'intervalle des solutions peut être déduit de ce système simplifié. Un schéma peut également nous permettre de modéliser cet ensemble de solutions :



Nous pouvons en conclure que l'ensemble des solutions est $\boldsymbol{S} = \left[\boldsymbol{-1}\,;\,\frac{3}{4}\right[$.

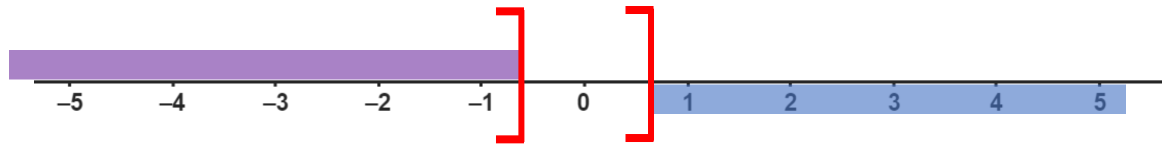
Question B

$$\begin{cases} 3x + 2 \leq 0 \\ 4x - 5 > -2 \end{cases}$$

L'objectif est de simplifier au maximum ce système d'inéquations. Plus précisément, ce système est équivalent à :

$$\begin{cases} 3x \leq -2 \\ 4x > 3 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \boldsymbol{x \leq -\frac{2}{3}} \\ \boldsymbol{x > \frac{3}{4}} \end{cases}$$

L'intervalle des solutions peut être déduit de ce système simplifié. Un schéma peut également nous permettre de modéliser cet ensemble de solutions :



Nous pouvons en conclure que l'ensemble des solutions est $S = \emptyset$.

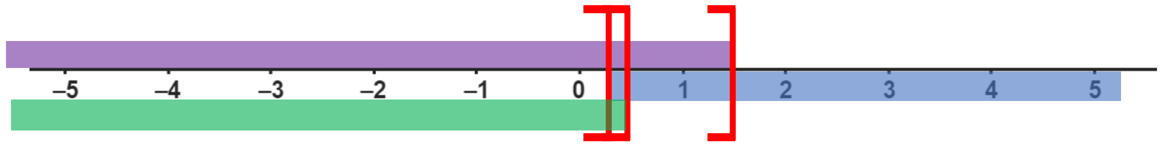
Exercice 2

$$\begin{cases} 2x + 1 \leq 4 \\ \dfrac{3x + 4}{5} > 1 \\ 5 - 5x \leq 3 \end{cases}$$

L'objectif est de simplifier au maximum ce système d'inéquations. Plus précisément, ce système est équivalent à :

$$\begin{cases} 2x \leq 3 \\ 3x + 4 > 5 \\ -5x \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \leq 3 \\ 3x > 1 \\ -5x \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{x} \leq \dfrac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} \\ \boldsymbol{x} > \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \\ \boldsymbol{x} \geq \dfrac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}} \end{cases}$$

L'intervalle des solutions peut être déduit de ce système simplifié. Un schéma peut également nous permettre de modéliser cet ensemble de solutions :



Nous pouvons en conclure que l'ensemble des solutions est $\boldsymbol{S} = \left]\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}};\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}\right]$.

Exercice 3

- En remplaçant la variable $\boldsymbol{x}$ par $-\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{2}}$ nous pouvons constater que les trois inéquations sont satisfaites. Ainsi, cette valeur représente une solution de notre système.

- En remplaçant la variable $\boldsymbol{x}$ par $\mathbf{0}$ nous pouvons constater que la deuxième inéquation n'est pas satisfaite. Ainsi, cette valeur ne représente pas une solution de notre système.

- En remplaçant la variable $\boldsymbol{x}$ par $-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$ nous pouvons constater que la deuxième inéquation n'est pas satisfaite. Ainsi, cette valeur ne représente pas une solution de notre système.

- En remplaçant la variable $\boldsymbol{x}$ par $-\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$ nous pouvons constater que la deuxième inéquation n'est pas satisfaite. Ainsi, cette valeur ne représente pas une solution de notre système.

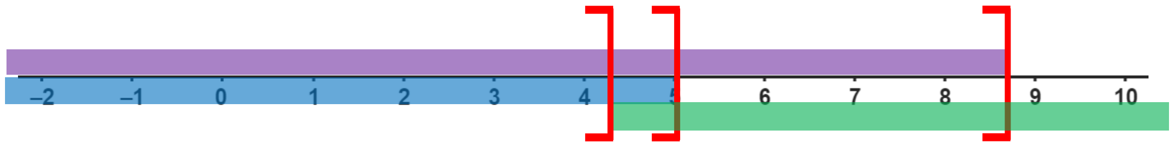
Exercice 4

$$\begin{cases} \dfrac{x}{5} + \dfrac{1}{4} \leq 2 \\ \dfrac{2(x+1)}{3} + 1 \leq 5 \\ 2 - 3(x-4) < 1 \end{cases}$$

L'objectif est de simplifier au maximum ce système d'inéquations. Plus précisément, ce système est équivalent à :

$$\begin{cases} \dfrac{4x}{20} + \dfrac{5}{20} \leq \dfrac{40}{20} \\ \dfrac{2x+2}{3} + 1 \leq 5 \\ 2 - 3x + 12 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 5 \leq 40 \\ 2x + 2 + 3 \leq 15 \\ 2 - 3x + 12 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x \leq 35 \\ 2x \leq 10 \\ -3x < -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{x \leq \dfrac{35}{4}} \\ \boldsymbol{x \leq 5} \\ \boldsymbol{x > \dfrac{13}{3}} \end{cases}$$

L'intervalle des solutions peut être déduit de ce système simplifié. Un schéma peut également nous permettre de modéliser cet ensemble de solutions :



Nous pouvons en conclure que l'ensemble des solutions est $\boldsymbol{S} = \left]\dfrac{\mathbf{13}}{\mathbf{3}} ; \mathbf{5}\right]$.

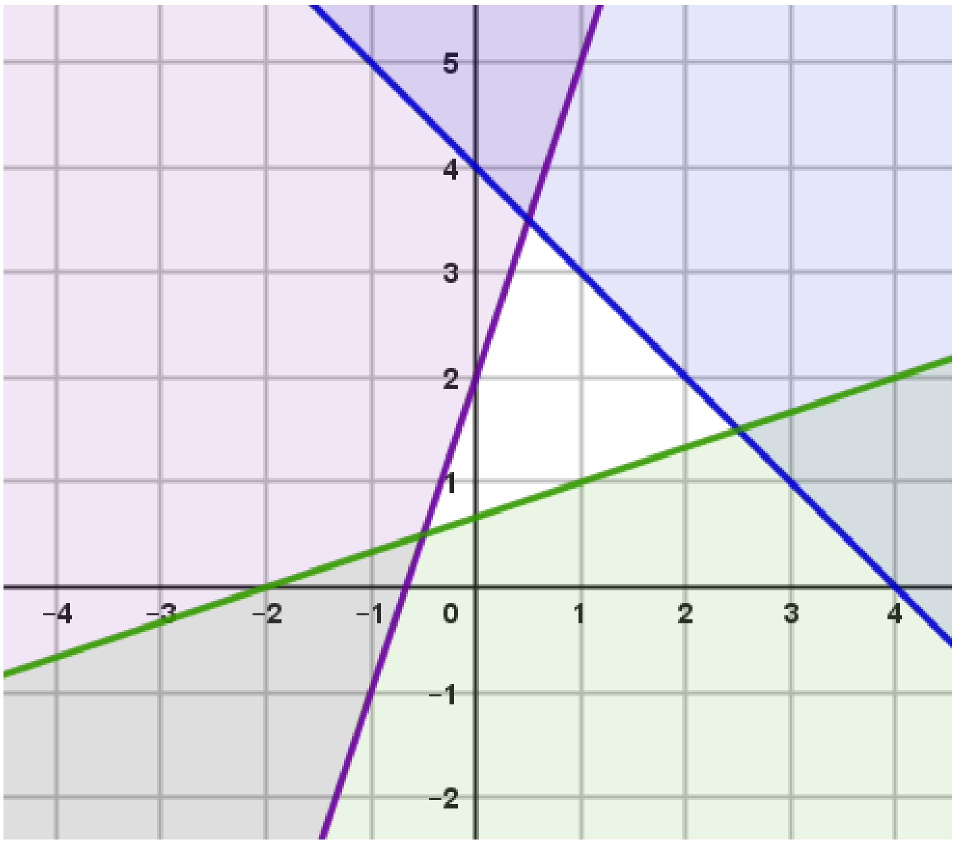
Exercice 5

$$\begin{cases} y \leq 3x + 2 \\ x + y \leq 4 \\ 3y \geq x + 2 \end{cases}$$

La réécriture de ce système peut faciliter la résolution graphique et le traçage des droites. Ainsi, je vous conseille d'utiliser le système équivalent ci-dessous :

$$\begin{cases} y \leq 3x + 2 \\ y \leq -x + 4 \\ y \geq \dfrac{x}{3} + \dfrac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{y \leq 3x + 2} \\ \boldsymbol{x + y \leq 4} \\ \boldsymbol{3y \geq x + 2} \end{cases}$$



Parmi les propositions suivantes, lesquelles sont des solutions de ce système d'inéquations ?

	$(0\,;0)$		$(2\,;1)$
X	$(1\,;2)$	X	$(0\,;2)$

Remarque : Nous pouvons se baser sur le graphique ou remplacer les variables $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{y}$ par les coordonnées des points et vérifier ainsi si toutes les inéquations sont satisfaites.

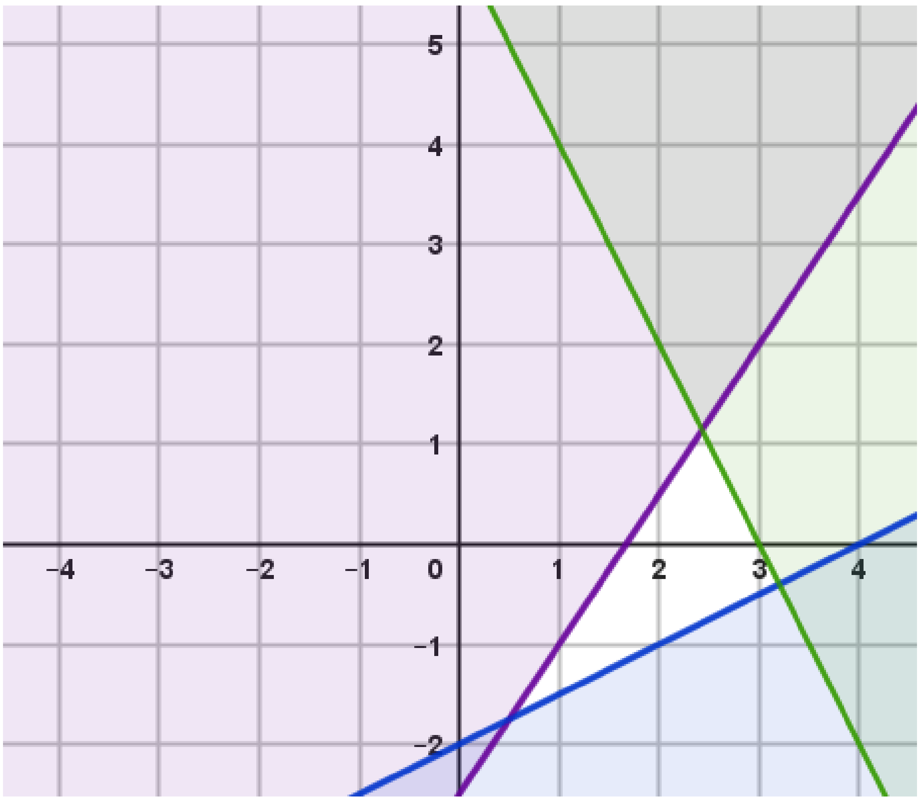
Exercice 6

$$\begin{cases} 3x - 2y \geq 5 \\ x - 2y \geq 4 \\ 2x + y \leq 6 \end{cases}$$

La réécriture de ce système peut faciliter la résolution graphique et le traçage des droites. Ainsi, je vous conseille d'utiliser le système équivalent ci-dessous :

$$\begin{cases} -2y \geq -3x + 5 \\ -2y \leq -x + 4 \\ y \leq -2x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} \\ y \geq \frac{x}{2} - 2 \\ y \leq -2x + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} \\ y \geq \frac{x}{2} - 2 \\ y \leq -2x + 6 \end{cases}$$



Exercice 7

Le sommet A est le point d'intersection entre les droites suivantes :

$$\boldsymbol{d_2}: \quad \mathbf{3}\boldsymbol{x} + \mathbf{4}\boldsymbol{y} = \mathbf{20} \qquad\qquad \boldsymbol{d_4}: \quad \mathbf{2}\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} + \mathbf{2}$$

Pour trouver les coordonnées de ce point, nous devons ainsi résoudre le système d'équations définis par :

$$\begin{cases} 3x + 4y = 20 \\ 2y = x + 2 \end{cases}$$

La deuxième équation est équivalente à $\mathbf{2}\boldsymbol{y} - \mathbf{2} = \boldsymbol{x}$. Ainsi, par substitution, en remplaçant la variable $\boldsymbol{x}$ se trouvant dans la première équation par $\mathbf{2}\boldsymbol{y} - \mathbf{2}$, nous obtenons une équation à une inconnue :

$$\begin{array}{rl|l}
 & 3(2y - 2) + 4y = 20 & \\
\Leftrightarrow & 6y - 6 + 4y = 20 & \\
\Leftrightarrow & 10y - 6 = 20 & +6 \\
\Leftrightarrow & 10y = 26 & :10 \\
\Leftrightarrow & y = \dfrac{26}{10} & \\
\Leftrightarrow & y = \dfrac{13}{5} &
\end{array}$$

Attention, il est impératif de déterminer la valeur de la seconde inconnue lorsque **y** est égale à $\frac{13}{5}$. Nous pouvons utiliser l'équation $\boldsymbol{x} = \mathbf{2}\boldsymbol{y} - \mathbf{2}$ pour calculer cette valeur. Nous obtenons :

$$\begin{array}{rl|}
 & x = 2 \cdot \dfrac{13}{5} - 2 \\
\Leftrightarrow & y = \dfrac{16}{5}
\end{array}$$

Le sommet A est égal à $\left(\frac{13}{5} ; \frac{16}{5}\right)$. En se basant sur notre graphique, nous pouvons constater que cette réponse semble cohérente.

Exercice 8

Question A

Le système des contraintes est le suivant :

$$\begin{cases} \boldsymbol{x \geq 0 \;\; et \;\; y \geq 0} \\ \boldsymbol{15x + 15y \leq 1800} \\ \boldsymbol{15x + 10y \leq 1500} \\ \boldsymbol{25x + 10y \leq 2300} \end{cases}$$

Question B

Un bénéfice de CHF 25 est réalisé sur les bracelets en cuir et de CHF 20 sur les bracelets en textile. Ainsi :

$$\boldsymbol{B(x, y) = 25x + 20y}$$