

Les corrections détaillées :

Exercice 1

Pour calculer l'image de -3 par la fonction f , nous devons calculer l'expression $f(-3)$:

$$\begin{aligned} f(-3) &= 3 \cdot (-3) - 4 \\ &= -13 \end{aligned}$$

Nous pouvons en conclure que l'image de -3 par la fonction f est égale à -13 .

Exercice 2

Pour déterminer la préimage de -2 par la fonction f , nous devons résoudre l'équation $f(x) = -2$:

$$\begin{aligned} 3x + 5 &= -2 & -5 \\ \Leftrightarrow 3x &= -7 & :3 \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{7}{3} \end{aligned}$$

Nous pouvons en conclure que l'image de -2 par la fonction f est égale à $-\frac{7}{3}$.

Exercice 3

Pour déterminer la préimage de $\frac{3}{4}$ par la fonction f , nous devons résoudre l'équation $f(x) = \frac{3}{4}$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x - \frac{2}{5} &= \frac{3}{4} \\ \Leftrightarrow \frac{10}{20}x - \frac{8}{20} &= \frac{15}{20} & \cdot 20 \\ \Leftrightarrow 10x - 8 &= 15 & +8 \\ \Leftrightarrow 10x &= 23 & :10 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{23}{10} \end{aligned}$$

Nous pouvons en conclure que l'image de $\frac{3}{4}$ par la fonction f est égale à $\frac{23}{10}$.

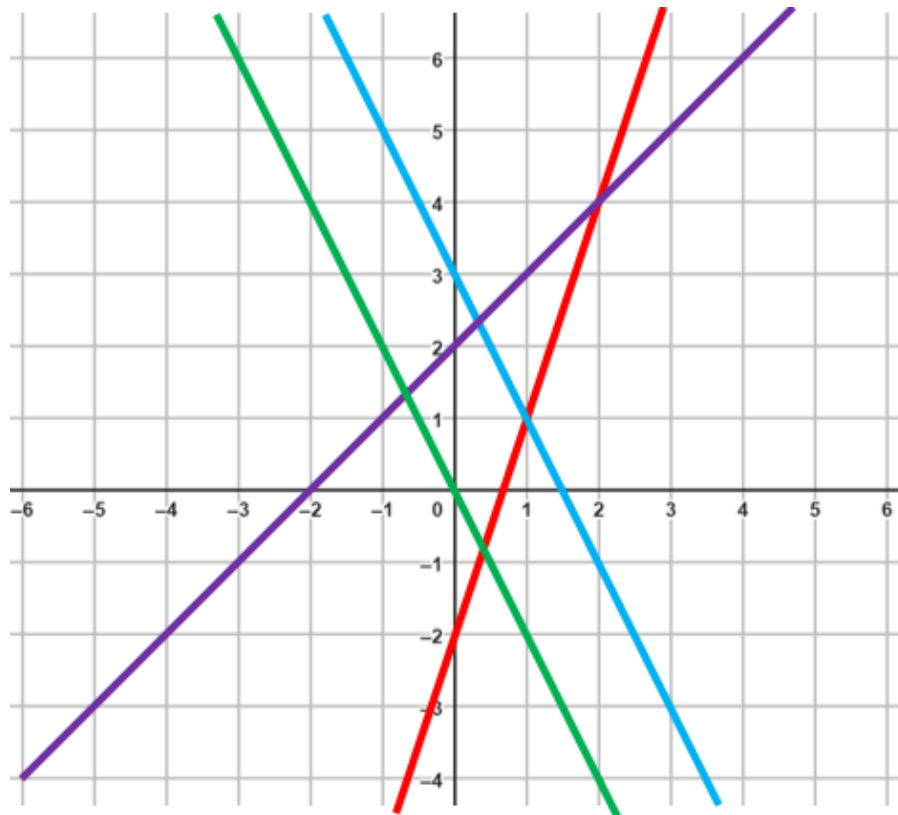
Exercice 4

A) $y = 3x - 2$

B) $y = -2x + 3$

C) $y = x + 2$

D) $y = -2x$



Remarques

Pour la question A, nous pouvons observer que l'ordonnée à l'origine est égale à -2. Nous pouvons en déduire que la droite coupe l'axe des ordonnées en cette valeur et passe donc par le point $(0 ; -2)$.

En outre, la pente de la droite est égale à 3. Par conséquent, nous pouvons obtenir un second point se situant sur cette droite en réalisant un déplacement horizontal d'une unité (à droite) à partir de ce point et en montant de trois unités verticalement.

Un procédé similaire peut être appliqué pour tracer les autres droites.

A noter que la pente de la droite définie à la question C est égale à 1.

Nous pouvons également signaler que l'ordonnée à l'origine de la droite définie par l'équation de la question D est nulle. Cette droite passe ainsi par le point $(0 ; 0)$.

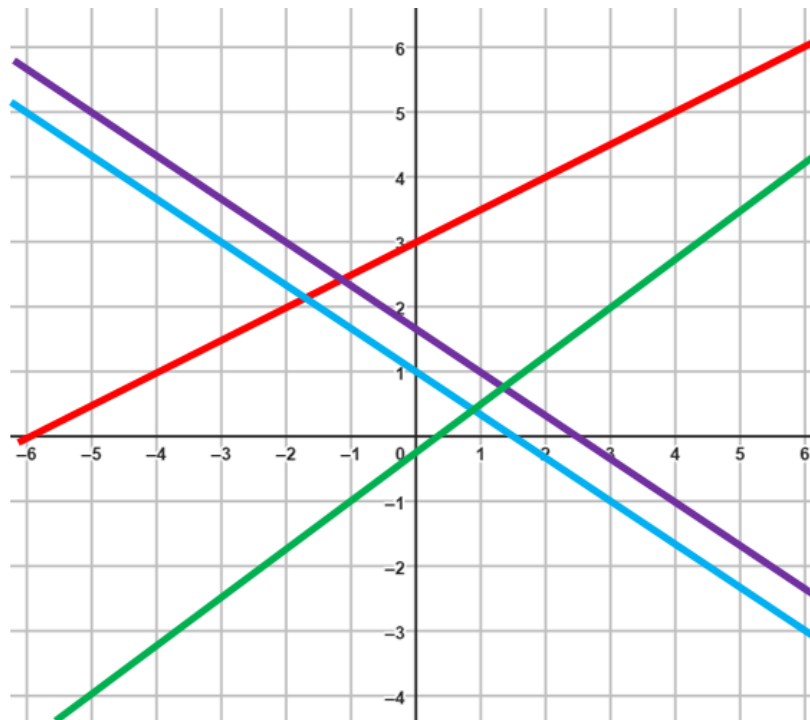
Exercice 5

A) $y = \frac{1}{2}x + 3$

B) $y = -\frac{2}{3}x + 1$

C) $2x + 3y = 5$

D) $3x - 4y = 1$



Remarques

Pour la question C, nous pouvons écrire l'équation de la droite, de manière équivalente, sous la forme suivante :

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$$

Par essais successifs, nous pouvons trouver un point se situant sur cette droite. Plus précisément, les coordonnées du point $(1 ; 1)$ vérifient l'équation de cette droite.

Etant donné que la pente est égale à $-\frac{2}{3}$, nous pouvons obtenir un second point se situant sur cette droite en réalisant un déplacement horizontal de trois unités (à droite) à partir de ce point et en descendant de deux unités verticalement.

Pour la question D, un raisonnement similaire peut être effectué. En effet, l'équation de la droite peut s'écrire sous la forme suivante :

$$y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$$

Par essais successifs, nous pouvons remarquer que les coordonnées du point $(-1 ; -1)$ vérifient l'équation de cette droite.

Etant donné que la pente est égale à $\frac{3}{4}$, nous pouvons obtenir un second point se situant sur cette droite en réalisant un déplacement horizontal de quatre unités (à droite) à partir de ce point et en montant de trois unités verticalement.

Exercice 6

L'équation de la droite définie par d : $3x - 2y - 4 = 0$ est équivalente à l'équation :

$$y = \frac{3}{2}x - 2$$

Nous pouvons en conclure que cette droite coupe l'axe des ordonnées au point $(0; -2)$.

Exercice 7

Nous devons vérifier, si les coordonnées du point $(-\frac{1}{2}; \frac{4}{3})$ vérifient l'équation de la droite définie par d : $3x + 4y - 2 = 0$. Ce n'est pas le cas puisque :

$$3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 4 \cdot \frac{4}{3} - 2 = \frac{11}{6} \neq 0$$

Ce point ne situe donc pas sur la droite d .

Exercice 8

Sachant que le point $(2m + 3; m + 1)$ se situe sur la droite d définie par d : $4x - 3y + 5 = 0$, nous pouvons substituer la variable x par $2m + 3$ et la variable y par $m + 1$ dans cette équation. Nous obtenons une équation à une inconnue à résoudre :

$$\begin{aligned} &4(2m + 3) - 3(m + 1) + 5 = 0 \\ \Leftrightarrow &8m + 12 - 3m - 3 + 5 = 0 \\ \Leftrightarrow &5m + 14 = 0 \\ \Leftrightarrow &5m = -14 \\ \Leftrightarrow &m = -\frac{14}{5} \end{aligned}$$

Nous pouvons en conclure que la valeur de m est égale à $-\frac{14}{5}$.

Exercice 9

Droites	Pentes	Ordonnées à l'origine	Equations
d_1	3	-1	$y = 3x - 1$
d_2	$\frac{3}{4}$	2	$y = \frac{3}{4}x + 2$
d_3	$-\frac{2}{3}$	5	$y = -\frac{2}{3}x + 5$
d_4	-1	0	$y = -x$

Exercice 10

Le point $(-2 ; 5)$ est le seul point dont les deux coordonnées vérifient les équations des deux droites, condition nécessaire pour que ce point soit considéré comme le point d'intersection entre ces deux objets.

$$d_1: 3 \cdot (-2) + 2 \cdot 5 = 4$$

$$d_2: 4 \cdot (-2) + 5 + 3 = 0$$

Exercice 11

Nous pouvons trouver l'abscisse du point d'intersection en résolvant l'équation :

$$\begin{aligned} -3x + 2 &= \frac{2}{3}x + 1 \\ \Leftrightarrow \frac{-9}{3}x + \frac{6}{3} &= \frac{2}{3}x + \frac{3}{3} && \cdot 3 \\ \Leftrightarrow -9x + 6 &= 2x + 3 && -6 \\ \Leftrightarrow -9x &= 2x - 3 && -2x \\ \Leftrightarrow -11x &= -3 && : (-11) \\ \Leftrightarrow x &= \frac{3}{11} \end{aligned}$$

Nous pouvons déterminer l'ordonnée du point d'intersection en calculant l'image de $\frac{3}{11}$ par la fonction **f** ou **g**.

$$\begin{aligned} f\left(\frac{3}{11}\right) &= -3 \cdot \frac{3}{11} + 2 \\ &= \frac{13}{11} \end{aligned}$$

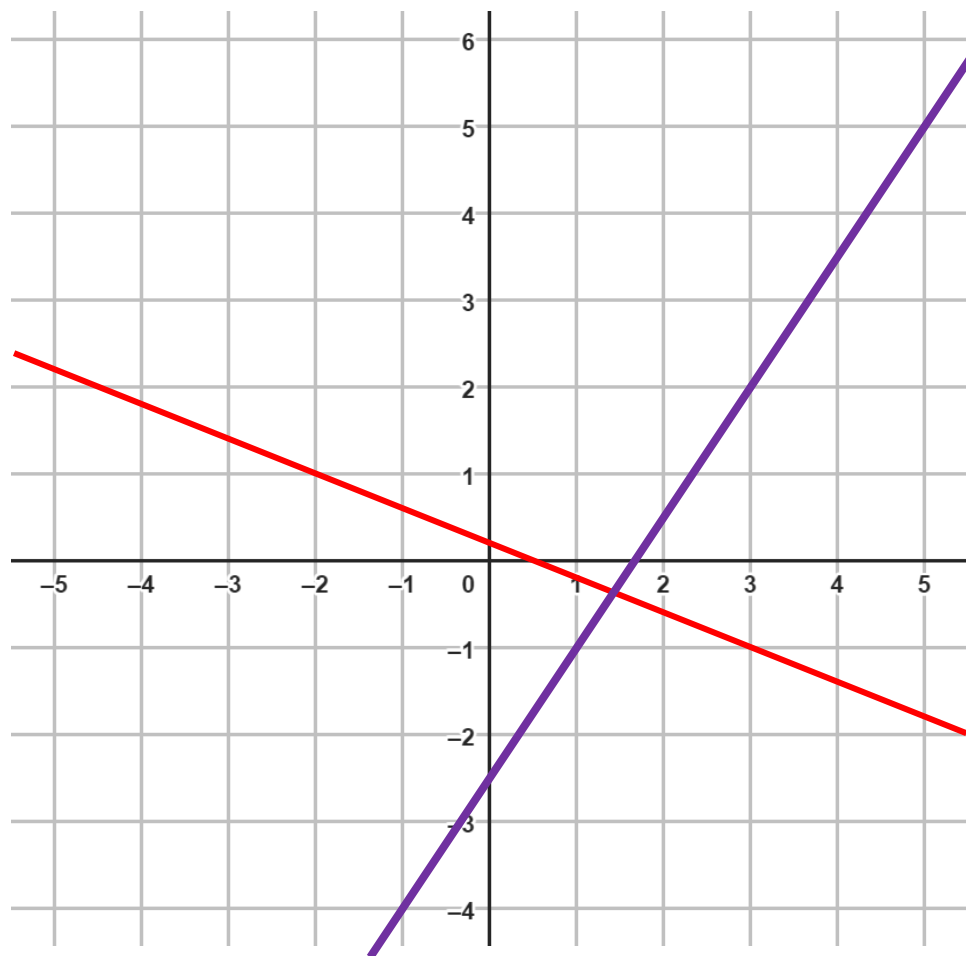
Nous pouvons en conclure que le point d'intersection entre les représentations graphiques des fonctions **f** et **g** est le point $\left(\frac{3}{11} ; \frac{13}{11}\right)$.

Exercice 12

Question A

$$d_1: 2x + 5y = 1$$

$$d_2: 3x - 2y = 5$$



Question B

Pour déterminer, avec précision, le point d'intersection entre ces deux objets, il est nécessaire de résoudre le système composé des équations des deux droites.

$$\begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$$

Nous pouvons obtenir un système d'équations équivalent en multipliant la première équation par **3** et la seconde équation par **2**. Nous avons ainsi un nombre équivalent de **x** sur les deux équations qui composent notre système :

$$\begin{cases} 6x + 15y = 3 \\ 6x - 4y = 10 \end{cases}$$

En soustrayant la seconde équation de la première, nous obtenons :

$$\begin{array}{r} \left\{ \begin{array}{l} 6x + 15y = 3 \\ 6x - 4y = 10 \end{array} \right. \quad - \\ \hline 0x + 19y = -7 \end{array}$$

Or, si

$$\begin{array}{l} 19y = -7 \\ \Leftrightarrow y = -\frac{7}{19} \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \\ :19 \end{array} \right.$$

Attention, il est impératif de déterminer la valeur de la seconde inconnue lorsque **y** est égale à $-\frac{7}{19}$. Nous pouvons utiliser l'une des équations du système initial, telle que la première équation, par exemple.

Nous obtenons :

$$\begin{array}{l} 2x + 5 \cdot \left(-\frac{7}{19}\right) = 1 \\ \Leftrightarrow 2x - \frac{35}{19} = 1 \\ \Leftrightarrow 2x = \frac{54}{19} \\ \Leftrightarrow x = \frac{27}{19} \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \\ +\frac{35}{19} \\ :2 \end{array} \right.$$

Notre point d'intersection est le point $\left(\frac{27}{19} ; -\frac{7}{19}\right)$. Ce point semble cohérent avec notre graphique précédent.

Exercice 13

La droite **d** peut s'écrire sous la forme **d**: $y = -\frac{5}{2}x + \frac{3}{2}$

Deux droites sont perpendiculaires, si le produit de leur pente est égal à -1.

Ainsi, la seule droite vérifiant cette condition est la droite

$$y = \frac{2}{5}x + \frac{3}{5}$$

Exercice 14

Nous recherchons la pente a et l'ordonnée à l'origine b d'une droite définie par une équation de la forme $y = ax + b$

Nous savons que cette droite passe par le point $(7 ; -3)$. Ainsi, lorsque la variable x prend la valeur 7 , la variable y est égale à -3 . En substituant ces paramètres par ces valeurs dans l'équation de la droite d , nous obtenons l'équation :

$$-3 = a \cdot 7 + b$$

Un raisonnement similaire, établi par le fait que nous droite passe également par le point $(4 ; 1)$, nous permet d'obtenir une seconde équation de la forme :

$$1 = a \cdot 4 + b$$

Pour déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine de notre droite, il suffit donc de résoudre le système composé de ces deux équations :

$$\begin{cases} -3 = 7a + b \\ 1 = 4a + b \end{cases}$$

En soustrayant la seconde équation de la première, nous obtenons :

$$\begin{array}{r} \begin{cases} -3 = 7a + b \\ 1 = 4a + b \end{cases} \quad - \\ \hline -4 = 3a \end{array}$$

Or, si

$$\begin{array}{l} -4 = 3a \\ \Leftrightarrow -\frac{4}{3} = a \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \\ :3 \end{array} \right.$$

Nous pouvons utiliser l'une des équations du système initial, telle que la première équation, pour trouver la valeur de l'ordonnée à l'origine de notre droite.

Nous obtenons :

$$\begin{array}{l} -3 = 7 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) + b \\ \Leftrightarrow -3 = -\frac{28}{3} + b \\ \Leftrightarrow \frac{19}{3} = b \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \\ \\ +\frac{28}{3} \end{array} \right.$$

Nous pouvons en conclure que l'équation de notre droite est $y = -\frac{4}{3}x + \frac{19}{3}$

Exercice 15

Nous recherchons la pente **a** et l'ordonnée à l'origine **b** d'une droite définie par une équation de la forme **y = ax + b**

Nous savons que cette droite passe par le point (2 ; -5) Ainsi, lorsque la variable **x** prend la valeur **2**, la variable **y** est égale à **-5**. En substituant ces paramètres par ces valeurs dans l'équation de la droite **d**, nous obtenons l'équation :

$$-5 = a \cdot 2 + b$$

En outre, la droite recherchée est perpendiculaire à la droite **y = -\frac{1}{2}x + 3**. Nous pouvons en déduire que :

$$a = 2$$

Nous rappelons que deux droites sont perpendiculaires, si le produit de leur pente est égal à -1.

Pour déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine de notre droite, il suffit donc de résoudre le système composé de ces deux équations :

$$\begin{cases} -5 = 2a + b \\ 2 = a \end{cases}$$

Néanmoins, comme nous pouvons l'observer, la valeur de l'une des inconnues est directement donnée par la seconde équation. Il reste ainsi à déterminer l'ordonnée à l'origine de la droite recherchée, valeur qui peut être calculée par substitution en utilisant la première équation et le fait que **a = 2**.

Ainsi :

$$\begin{array}{l} -5 = 2 \cdot 2 + b \\ \Leftrightarrow -5 = 4 + b \\ \Leftrightarrow -9 = b \end{array} \quad \left| \quad -4 \right.$$

Par conséquent, nous pouvons en conclure que l'équation de notre droite est **y = 2x - 9**

Exercice 16

Nous recherchons la pente a et l'ordonnée à l'origine b d'une droite définie par une équation de la forme $y = ax + b$

Nous savons que cette droite passe par le point $(-1; 2)$. Ainsi, lorsque la variable x prend la valeur -1 , la variable y est égale à 2 . En substituant ces paramètres par ces valeurs dans l'équation de la droite d , nous obtenons l'équation :

$$2 = a \cdot (-1) + b$$

En outre, la droite recherchée est parallèle à la droite $y = \frac{3}{2}x - 1$. Nous pouvons en déduire que :

$$a = \frac{3}{2}$$

Nous rappelons que deux droites sont parallèles, si elles ont des pentes identiques.

Pour déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine de notre droite, il suffit donc de résoudre le système composé de ces deux équations :

$$\begin{cases} 2 = -a + b \\ a = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Néanmoins, comme nous pouvons l'observer, la valeur de l'une des inconnues est directement donnée par la seconde équation. Il reste ainsi à déterminer l'ordonnée à l'origine de la droite recherchée, valeur qui peut être calculée par substitution en utilisant la première équation et le fait que $a = \frac{3}{2}$.

Ainsi :

$$\begin{array}{l|l} 2 = -\frac{3}{2} + b & +\frac{3}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{7}{2} = b & \end{array}$$

Par conséquent, nous pouvons en conclure que l'équation de notre droite est $y = \frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$

Exercice 17

Nous recherchons la pente a et l'ordonnée à l'origine b d'une droite définie par une équation de la forme $y = ax + b$

Nous savons que cette droite passe par le point $(3 ; 8)$ Ainsi, lorsque la variable x prend la valeur 3 , la variable y est égale à 8 . En substituant ces paramètres par ces valeurs dans l'équation de la droite d , nous obtenons l'équation :

$$8 = a \cdot 3 + b$$

En outre, la droite recherchée est perpendiculaire à la droite $y = 3x + 4$. Nous pouvons en déduire que :

$$a = -\frac{1}{3}$$

Nous rappelons que deux droites sont perpendiculaires, si le produit de leur pente est égal à -1 .

Pour déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine de notre droite, il suffit donc de résoudre le système composé de ces deux équations :

$$\begin{cases} 8 = 3a + b \\ a = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Néanmoins, comme nous pouvons l'observer, la valeur de l'une des inconnues est directement donnée par la seconde équation. Il reste ainsi à déterminer l'ordonnée à l'origine de la droite recherchée, valeur qui peut être calculée par substitution en utilisant la première équation et le fait que $a = -\frac{1}{3}$.

Ainsi :

$$\begin{array}{lcl} 8 = 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + b & & \\ \Leftrightarrow 8 = -1 + b & & +1 \\ \Leftrightarrow 9 = b & & \end{array}$$

En conclusion, l'équation de la droite recherchée est $y = -\frac{1}{3}x + 9$