

Fiche théorique : Les équations logarithmiques simples

Rappel

Définition du logarithme en base b

Le logarithme en base b d'un nombre (réel strictement positif) a , est la puissance à laquelle il faut élever le nombre b pour obtenir a .

Nous le notons $\log_b(a)$.

Exemples

$$\log_2(32) = 5 \quad \text{car} \quad 2^5 = 32$$

$$\log_3(81) = 4 \quad \text{car} \quad 3^4 = 81$$

$$\log(100) = 2 \quad \text{car} \quad 10^2 = 100$$

Nous allons utiliser la définition des logarithmes pour résoudre des équations simples.

Prenons une équation de la forme $\log_2(2x + 1) = 3$ à résoudre. En utilisant la définition ci-dessus, nous pouvons en déduire que :

$$\log_2(2x + 1) = 3 \quad \text{implique que} \quad 2^3 = 2x + 1$$

Nous obtenons ainsi une équation du premier degré à résoudre et nous pouvons aisément déterminer la solution de notre équation initiale.

$$\begin{array}{lcl} 2^3 = 2x + 1 & & \\ \Leftrightarrow 8 = 2x + 1 & & -1 \\ \Leftrightarrow 7 = 2x & & :2 \\ \Leftrightarrow \frac{7}{2} = x & & \\ S = \left\{ \frac{7}{2} \right\} & & \end{array}$$

Remarque

Nous rappelons que $\log_2(2x + 1)$ est défini uniquement si $2x + 1 > 0$. Il est ainsi impératif de valider notre solution en vérifiant que celle-ci remplit cette condition.

Exemples

$$A) \quad \log_3(2x - 3) = 1$$

$$\Leftrightarrow 3^1 = 2x - 3 \quad +3$$

$$\Leftrightarrow 6 = 2x \quad :2$$

$$\Leftrightarrow 3 = x$$

$$S = \{3\}$$

$$B) \quad \log_2(2x - 3) = -2$$

$$\Leftrightarrow 2^{-2} = 2x - 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} = 2x - 3 \quad +3$$

$$\Leftrightarrow \frac{13}{4} = 2x \quad :2$$

$$\Leftrightarrow \frac{13}{8} = x$$

$$S = \left\{ \frac{13}{8} \right\}$$